35 1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=2x^3+3x^2+1$.

a. Etudier les variations de g.

b. Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α et donner une valeur approchée de α à 10^{-1} prés.

c. En déduire le signe de g.

2. Soit la fonction $f: x \mapsto \frac{x+x^3}{1-x^3}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a. Etudier les variations de f.

b. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 0.

c. Préciser la position de C_f par rapport à T.

d. Tracer C_f et T.

36 1. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=2x^3+x-2$.

a. Dresser le tableau de variation de g.

b. Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$.

c. Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

d. Déterminer le signe de g.

2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\sqrt{x^4+(x-2)^2}$.

a. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et déterminer sa fonction dérivée.

b. Dresser le tableau de variation de f et tracer la courbe C_f de f dans un repère orthogonal.

c. Déterminer graphiquement l'intersection de C_f et de la droite d'équation $y=x$.

37 Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n supérieur à 1 par $u_n=1+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}+...+\frac{1}{n^3}$.

1. Montrer que (u_n) est croissante.

2. Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\frac{1}{x^2}$.

a. Montrer que pour tout k de $[1,+\infty[$, $\frac{2}{(k+1)^3} \le f(k)-f(k+1) \le \frac{2}{k^3}$.

b. Montrer que pour tout entier naturel n supérieur à 1, $\frac{1}{2}-\frac{1}{2n^2} \le u_n \le \frac{3}{2}-\frac{1}{2n^2}$.

c. En déduire que (u_n) est majorée.

d. En déduire que (u_n) est convergente et donner un encadrement de sa limite.

38 Soit f la fonction définie sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ par $f(x)=\tan x$.

1. a. Etudier f et tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, en précisant la demi tangente au point d'abscisse 0.

b. Montrer que pour tout réel x de $[0,\frac{\pi}{2}[$, $\tan(x) \ge x$.

2. a. Montrer que l'équation $\tan x = 2x$ admet une unique solution α dans $]0,\frac{\pi}{2}[$ et vérifier que $\alpha > \frac{\pi}{3}$.

b. Déterminer le signe de $\tan x - 2x$ sur $[0,\frac{\pi}{2}[$.

3. Soit (u_n) la suite définie par $u_0=\frac{\pi}{3}$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1}=\tan(u_n)-u_n$.

a. Montrer que $0 \le u_n \le \frac{\pi}{3}$.

b. Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

c. Montrer que la suite (u_n) converge vers 0.

39 Pour tout entier $n \ge 1$, on considère l'équation $(E_n): x^2+x^3=n$.

1. Montrer que pour tout entier $n \ge 1$, l'équation (E_n) a une solution unique que l'on notera a_n.

2. a. Montrer que la suite (a_n) est croissante.

b. Montrer que la suite (a_n) n'est pas majorée.

c. Déterminer la limite de la suite (a_n).

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn